TRẮC NGHIỆM

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC.
Bản demo soạn bằng Latex
Tiến Nhanh biên soạn và sưu tầm

1. Tập xác định của hàm số lượng giác

Chú ý 1.

- $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ có nghĩa khi và chỉ khi $g(x) \neq 0$.
- $y = \sqrt{f(x)}$ có nghĩa khi và chỉ khi $f(x) \geqslant 0$.
- $y = \dfrac{f(x)}{\sqrt{g(x)}}$ có nghĩa khi và chỉ khi $g(x) > 0$.

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = \cos\sqrt{x}$

A. $D = [0; 2\pi]$. B. $D = [0; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

. . . .

Lời giải: Điều kiện $x \geq 0$. Vậy tập xác định $D = [0; +\infty)$. □

Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số $y = 2\cot x + \sin 3x$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$.

. . . .

Lời giải: Điều kiện $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$. Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$. □

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số $y = 4\tan x$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$.

. . . .

Lời giải: : Điều kiện $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$. □

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\cos x}{2\cos x - \sqrt{3}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pm\pi}{6} + k2\pi\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{6} + k2\pi\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{6} + k2\pi; \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi\right\}$.

Lời giải: Điều kiện $2\cos x-\sqrt{3}\neq 0 \Leftrightarrow \cos x\neq \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x\neq \cos\dfrac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\neq \dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x\neq -\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \ (k\in\mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\right\}, k\in\mathbb{Z}$. □

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2018}{\cos x-\cos 3x}$

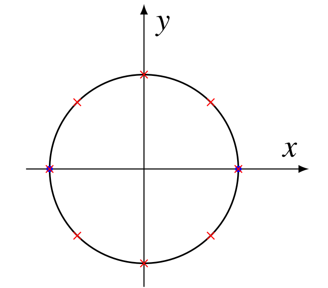
A $D=\mathbb{R}\backslash\{k\pi\}$.

B $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\dfrac{\pi}{4}\right\}$.

C $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi;k\pi\right\}$.

D $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

Lời giải:



Điều kiện $\cos x\neq\cos 3x \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\neq 3x+k2\pi \\ x\neq -3x+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\neq k\pi \\ x\neq k\dfrac{\pi}{4} \end{array}\right. \ (k\in\mathbb{Z})$.

Ta biểu diễn các điều kiện lên đường tròn lượng giác rồi hợp điều kiện ta được: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\dfrac{\pi}{4}\right\}$.

□

Câu 6. Tìm tập xác định của hàm số $y=2018\cot^{2017}2x$

A $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right\}$. B $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\dfrac{\pi}{2}\right\}$. C $D=\mathbb{R}$. D $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

Lời giải: Ta có $y=2018\cot^{2017}2x=2018\dfrac{\cos^{2017}2x}{\sin^{2017}2x}$

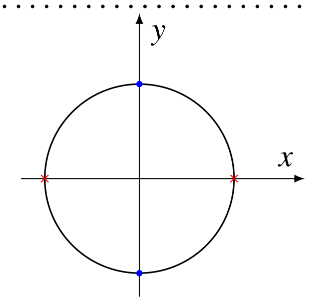
Điều kiện: $\sin^{2017}2x\neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow 2x\neq k\pi \Leftrightarrow x\neq\dfrac{k\pi}{2}$.

Vậy $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{k\pi}{2}\right\}, (k\in\mathbb{Z})$. □

Câu 7. Tìm tập xác định của hàm số $y=3\tan x+2\cot x+x$.

A $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right\}$. B $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\dfrac{\pi}{2}\right\}$. C $D=\mathbb{R}\backslash\pi$. D $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

Lời giải:



$y=3\tan x+2\cot x+x \Leftrightarrow y=3\dfrac{\sin x}{\cos x}+2\dfrac{\cos x}{\sin x}+x$.

Tập xác định của hàm số là:

$\left\{\begin{array}{l} \cos x\neq 0 \\ \sin x\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x\neq k\pi \end{array}\right.$

Ta biểu diễn các điều kiện lên đường tròn lượng giác rồi hợp điều kiện ta được: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

□

Câu 8. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

Lời giải: Tập xác định của hàm số là:
$\sin^2 x - \cos^2 x \neq 0 \Leftrightarrow -\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$. □

Câu 9. Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan^2\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3\pi}{2} + k2\pi\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3\pi}{2} + k\pi\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k2\pi\right\}$.

Lời giải: Tập xác định của hàm số là: $\cos^2\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{4} \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \dfrac{3\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
□

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{2017\tan 2x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

Lời giải: Tập xác định của hàm số là $\begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin^2 x - \cos^2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x - \sin^2 x \neq 0 \\ \sin^2 x - \cos^2 x \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$. □

Câu 11. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\tan x}{\sin x - 1}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

Lời giải: Tập xác định: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. □

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\sin x}{\sin x + \cos x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{\pi}{4} + k\pi\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{4}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\pi; \dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k2\pi\right\}$.

Lời giải: Tập xác định: $\sin x+\cos x\neq 0\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\neq 0\Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{4}\neq k\pi\Leftrightarrow x\neq -\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. □

Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sin x}{\cos x-\sin x}$.

A. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\right\}$.
B. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\dfrac{\pi}{4}\right\}$.
C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi;\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right\}$.
D. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi\right\}$.

Lời giải: Tập xác định: $\cos x-\sin x\neq 0\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\neq 0\Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{4}\neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x\neq \dfrac{\pi}{4}+k\pi$. □

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1-\cos 4x}$.

A. $D=\mathbb{R}\backslash\{k\pi\}$.
B. $D=\mathbb{R}$.
C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi;\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right\}$.
D. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\}$.

Lời giải: Tập xác định: $1-\cos 4x\geq 0\Leftrightarrow 1\geq \cos 4x,\ \forall x\in\mathbb{R}$. □

Câu 15. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2-\cos 6x}}$

A. $D=\mathbb{R}\backslash\{k\pi\}$.
B. $D=\mathbb{R}$.
C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi;\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right\}$.
D. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi\right\}$.

Lời giải: Tập xác định $2-\cos 6x>0$ mà $|\cos 6x|\leq 1$ Vậy $D=\mathbb{R}$ □

Câu 16. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{2+\sin x}{1-\cos x}}$

A. $D=\mathbb{R}\backslash\{k\pi\}$.
B. $D=\mathbb{R}\backslash\{k2\pi\}$.
C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right\}$.
D. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\dfrac{\pi}{2}\right\}$.

Lời giải: Ta có: $2+\sin x>0$ và $1-\cos x\geq 0$
Suy ra: TXĐ $1-\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k2\pi$ □

Câu 17. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=\sin\sqrt{x}$.
B. $y=\tan 2x$.
C. $y=\cos 2x$.
D. $y=\cot\left(x^2+1\right)$.

Lời giải: $y=\cos 2x$ luôn xác định với $\forall x\in\mathbb{R}$ □

Câu 18. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=2\cos\sqrt{x}$.
B. $y=\dfrac{\tan 2x}{\sin^2 x+1}$.
C. $y=\cos\dfrac{1}{x}$.
D. $y=\sqrt{\dfrac{\sin 2x+3}{\cos 4x+5}}$.

. . . .

Lời giải: Ta có:
$y=2\cos\sqrt{x}$ có TXĐ $D=[0;+\infty)$
$y=\dfrac{\tan 2x}{\sin^2 x+1}$. có TXĐ $\cos 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}$
$y=\cos\dfrac{1}{x}$ có TXĐ $\mathbb{R}\neq 0$
$y=\sqrt{\dfrac{\sin 2x+3}{\cos 4x+5}}$ có $|\sin 2x|\leq 1$; $|\cos 4x|\leq 1$ nên $\dfrac{\sin 2x+3}{\cos 4x+5}>0$ vậy có TXĐ $D=\mathbb{R}$ □

Câu 19. Hàm số nào sau đây có tập xác định khác với tập xác định các hàm số còn lại?

A $y=\tan x$.
B $y=\dfrac{\sin x+\cos x}{\cos x}$.
C $y=\dfrac{\tan 2017x+2018}{\cos x}$.
D $y=\sqrt{\dfrac{1}{1-\sin^2 x}}$.

. . . .

Lời giải: Tất cả các hàm số đều có TXĐ $\cos x\neq 0$ trừ hàm số $y=\dfrac{\tan 2017x+2018}{\cos x}$ cần $\cos x.\cos 2017x\neq 0$
□

Câu 20. Để tìm tập xác định của hàm số $y=\tan x+\cot x$, một học sinh giải theo các bước sau:
Bước 1: Điều kiện để hàm số có nghĩa là $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}$.
Bước 2: $\Leftrightarrow \begin{cases}x\neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x\neq m\pi\end{cases}$; $(k;m\in\mathbb{Z})$.
Bước 3: Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi;m\pi\right\}$, $(k;m\in\mathbb{Z})$.
Câu giải của bạn đó đã đúng chưa? Và nếu sai, thì sai bắt đầu từ bước nào?

A Câu giải đúng.
B Sai từ bước 1.
C Sai từ bước 2.
D Sai từ bước 3.

. . . .

Lời giải: Các bước thực hiện đúng. □

---

2. GTLN và GTNN Của Hàm Số Lượng Giác

Chú ý 2.

- $-1 \leq \sin x \leq 1$; $0 \leq \sin^2 x \leq 1$.
- $-1 \leq \cos x \leq 1$; $0 \leq \cos^2 x \leq 1$.
- $|\tan x + \cot x| \geqslant 2$.
- Hàm số dạng $y = a\sin^2 x + b\sin x + c$ (tương tự $\cos, \tan \ldots$) tìm max min theo hàm bậc 2 (lập bảng biến thiên).
- Dùng phương trình $a\sin x + b\cos x = c$ có nghiệm $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a^2 + b^2 \geqslant c^2$.
- Với hàm số $y = a\sin x + b\cos x$ ta có kết quả: $y_{max} = \sqrt{a^2+b^2}$, $y_{min} = -\sqrt{a^2+b^2}$
- Hàm số có dạng: $y = \dfrac{a_1\sin x + b_1\cos x + c_1}{a_2\sin x + b_2\cos x + c_2}$ ta tìm tập xác định. Đưa về phương trình dạng: $a\sin x + b\cos x = c$.

Câu 21. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = \sin 2x$

A. $T = [-2;2]$. B. $T = [-1;1]$. C. $T = \mathbb{R}$. D. $T = (-1;1)$.

Lời giải: Hàm số $y = \sin 2x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có tập giá trị $[-1;1]$. □

Câu 22. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = 1 - 2\sin 2x$

A. $T = [-1;3]$. B. $T = [-3;4]$. C. $T = \mathbb{R}$. D. $T = [-3;3]$.

Lời giải: Ta có: $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2\sin 2x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq 1 - 2\sin 2x \leq 3$. Vậy tập giá trị của hàm số là :$T = [-1;3]$ □

Câu 23. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = 4\cos^2 2x + 3$

A. $T = [3;7]$. B. $T = [0;7]$. C. $T = \mathbb{R}$. D. $T = [0;3]$.

Lời giải: Ta có: $0 \leq \cos^2 2x \leq 1 \Rightarrow 3 \leq 4\cos^2 2x + 3 \leq 7$. Vậy tập giá trị của hàm số là :$T = [3;7]$ □

Câu 24. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = \sqrt{5\sin^2 x + 4}$

A. $T = [4;9]$. B. $T = [-1;3]$. C. $T = \mathbb{R}$. D. $T = [2;3]$.

Lời giải: Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 4 \leq 5\sin^2 x + 4 \leq 9 \Rightarrow 2 \leq \sqrt{5\sin^2 x + 4} \leq 3$ Vậy tập giá trị của hàm số là :$T = [2;3]$ □

Câu 25. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = 1 + 2|\sin 2x|$

A. $T = [1;3]$. B. $T = [-1;3]$. C. $T = \mathbb{R}$. D. $T = [-3;3]$.

Lời giải: Ta có $0 \leq |\sin 2x| \leq 1 \Rightarrow 1 \leq y \leq 3$. Vậy $T = [1;3]$. □

Câu 26. Trên $\mathbb{R}$, hàm số nào sau đây có tập giá trị là $\mathbb{R}$?

A $y = \sin\sqrt{x}$. B $y = \tan 2x$. C $y = \cos 2x$. D $y = x + \sin x$.

Lời giải: Hàm số $y = \sin\sqrt{x}$ không xác định trên $\mathbb{R}$.
Hàm số $y = \tan 2x$ không xác định trên $\mathbb{R}$.
Hàm số $y = \cos 2x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có tập giá trị $[-1;1]$.
Hàm số $y = x + \sin x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có tập giá trị $\mathbb{R}$. □

Câu 27. Xét bốn mệnh đề sau:
(1): Trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $[-1;1]$.
(2): Trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$, hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $[0;1]$.
(3): Trên $\left[0;\dfrac{3\pi}{4}\right]$, hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $\left[0;\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$.
(4): Trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $(0;1]$.
Tìm số phát biểu đúng.

 1.  2.  3. D 4.

Lời giải:
(1): Trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $[-1;1]$ **(đúng).**
(2): Trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$, hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $[0;1]$ **(đúng)**.
(3): Trên $\left[0;\dfrac{3\pi}{4}\right]$, hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $\left[0;\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$ **(sai)**.
(4): Trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $(0;1]$ **(đúng)**. □

Câu 28. Tập giá trị của hàm số $y = \dfrac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ là:

A $T = [-2;1]$. B $T = [-1;1]$.
C $T = (-\infty,-2] \cup [1,+\infty)$. D $T = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải: Ta có $\sin x + \cos x + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Tập giá trị của hàm số là tập hợp các giá trị của y để phương trình $(y-1).\sin x + (y-2).\cos x = (1-2y)$ có nghiệm
$\Leftrightarrow (y-1)^2 + (y-2)^2 \geq (1-2y)^2 \Leftrightarrow y \in [-2;1]$ □

Câu 29. Tập giá trị của hàm số $y = \cos x + \sin x$ là:

A $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. B $[-2;2]$. C $\mathbb{R}$. D $[-1;1]$.

Lời giải: Ta có $y = \cos x + \sin x = \sqrt{2}\sin(x + \dfrac{\pi}{4})$.
Suy ra $|y| \leq \sqrt{2}$.
Vậy tập giá trị của hàm số đã cho là $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. □

Câu 30. Tập giá trị của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x$ là:

(A) $T = [-3;3]$. (B) $T = [-4;4]$. (C) $T = (4;\infty]$. (D) $T = [-5;5]$.

Lời giải: Ta có $y = 3\sin x + 4\cos x = 5\sin(x+\alpha)$. Do đó $y \in [-5;5]$ □

Câu 31. Tập giá trị của hàm số $y = \tan x + \cot x$ là:

(A) $T = \mathbb{R}$. (B) $T = [-2;2]$.
(C) $T = \left(-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$. (D) $T = (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$.

Lời giải: Ta có $y = \tan x + \cot x = \dfrac{1}{\sin x \cos x} = \dfrac{2}{\sin 2x}$.

Vì $-1 \le \sin 2x \le 1$ nên $y \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$ □

Câu 32. Tập giá trị của hàm số $y = \dfrac{1}{\sin^2 x} + \dfrac{1}{\cos^2 x}$ là

(A) $T = [0;1]$. (B) $T = \left[0;\dfrac{1}{2}\right]$. (C) $T = (-\infty;1]$. (D) $T = [4,+\infty)$.

Lời giải: Ta có $y = \dfrac{1}{\cos^2 x} + \dfrac{1}{\sin^2 x} = \dfrac{1}{\cos^2 x.\sin^2 x} = \dfrac{4}{\sin^2 2x}$
Vì $0 \le \sin^2 2x \le 1$ nên $y \in [4;+\infty)$ □

Câu 33. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ bằng bao nhiêu?

(A) 3. (B) -1. (C) 0. (D) -3.

Lời giải: Vì $-1 \le \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right) \le 1 \Leftrightarrow -3 \le 3\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right) \le 3$. □

Câu 34. Gọi $M;m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{\sin x + \cos x - 1}{\sin x - \cos x + 3}$ là:

(A) $M = -1, m = 1$. (B) $M = -1, m = \dfrac{1}{7}$. (C) $M = -\dfrac{1}{7}, m = \dfrac{1}{7}$. (D) $M = -1, m = -\dfrac{1}{7}$.

Lời giải: Vì $\sin x - \cos x + 3 > 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập giá trị của hàm số là tập hợp các giá trị của y để phương trình $(1-y)\sin x + (y+1)\cos x = (1+3y)$ có nghiệm
Sử dụng điều kiện có nghiệm của phương trình $A.\sin x + B.\cos x = C$ có nghiệm
suy ra được $-1 \le y \le \dfrac{1}{7}$. Vậy $M = -1$ và $m = \dfrac{1}{7}$ □

Câu 35. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x - \cos x$ là:

(A) 1 và -1. (B) 1 và $\sqrt{2}$. (C) $-\sqrt{2}$ và $\sqrt{2}$. (D) $-\sqrt{2}$ và 1.

Lời giải: $y = \sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

Ta có $-1 \leq \sin u \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2}\sin u \leq \sqrt{2}$ □

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x + 3$ trên đoaạn $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$ là:

(A) 5. (B) 3. (C) $\frac{7}{2}$. (D) $\frac{9}{2}$.

Lời giải: $y = 2\sin^2 x + 3$, ta có $\sin^2 x \geq 0, \forall \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3 \geq 3, \forall x \in \mathbb{R}$

Do đó GTNN của hàm số $y = 3$ khi $x = 0 \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$. □

Câu 37. Hàm số $y = \dfrac{\sin x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại?

(A) $x = \frac{\pi}{2}$. (B) $x = 0$.

(C) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải: $y = \dfrac{sinx + 1}{\sin x + \cos x + 2} \Leftrightarrow (\sin x + \cos x + 2)y = sinx + 1 \Leftrightarrow (y-1)\sin x + y\cos x = 1 - 2y$

Phương trình dạng $a\cos x + b\sin x = c$. Điều kiện để phương trình có nghiệm $a^2 + b^2 \geq c^2$

Do đó ta có $y^2 + (y-1)^2 \geq (1-2y)^2 \Leftrightarrow 2y^2 - 2y + 1 \geq 4y^2 - 4y + 1 \Leftrightarrow 2y^2 - 2y \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 1$

GTNN của $y = 0 \Leftrightarrow \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ □

Câu 38. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2 + \cos x}{\sin x + \cos x - 2}$ là:

(A) 2 và $\frac{1}{2}$. (B) $-\frac{1}{2}$ và 2. (C) $-\frac{1}{3}$ và -3. (D) Một kết quả khác.

Lời giải: $y = \dfrac{2 + \cos x}{\sin x + \cos x - 2} \Leftrightarrow (\sin x + \cos x - 2)y = 2 + \cos x \Leftrightarrow y\sin x + (y-1)\cos x = 2 + 2y$

Phương trình dạng $a\cos x + b\sin x = c$. Điều kiện để phương trình có nghiệm $a^2 + b^2 \geq c^2$

Do đó ta có $y^2 + (y-1)^2 \geq (2+2y)^2 \Leftrightarrow 2y^2 - 2y + 1^2 \geq 4y^2 + 8y + 4 \Leftrightarrow 2y^2 + 10y + 3 \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(-5 - \sqrt{19}\right) \leq y \leq \frac{1}{2}\left(-5 + \sqrt{19}\right)$ □

Câu 39. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x$ trên đoaạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$ là:

(A) 2. (B) -1. (C) $\sqrt{3}$. (D) 1.

Lời giải: $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x = 2\sin x\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

Ta có: $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{3}$, do đó $y = 2\sin x\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ đồng biến trên $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sin x\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = 2$. □

Câu 40. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^2 x + 2\cos x + 2$ là:

(A) 2. (B) 0. (C) 4. (D) $\dfrac{5}{3}$.

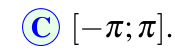
Lời giải: $y = \sin^2 x + 2\cos x + 2 = -\cos^2 x + 2\cos x + 3 = -(\cos x - 1)^2 + 4$.
Ta có $-1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq \cos x - 1 \leq 0 \Rightarrow 4 \geq (\cos x - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow -4 \leq -(\cos x - 1)^2 \leq 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq 4$
□

Câu 41. Hàm số $y = \left|\cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)\right|$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[0; \dfrac{2\pi}{3}\right]$

(A) $x = 0$. (B) $x = 90^\circ$. (C) $x = \dfrac{2\pi}{3}$. (D) $x = \dfrac{\pi}{2}$.

Lời giải: Ta có $x + \dfrac{\pi}{3} \in \left[\dfrac{\pi}{3}; \pi\right]$, do đó GTNL là $y = 1$ khi $x + \dfrac{\pi}{3} = \pi \Leftrightarrow x = \dfrac{2\pi}{3}$ □

Câu 42. Tập giá trị của hàm số $y = \tan 3x + \cot 3x$ là:

(A) $[-2; 2]$. (B) $[-1; 1]$. (C)  $[-\pi; \pi]$. (D) $\mathbb{R}$.

Lời giải: □

Câu 43. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{1}{\cos x + 1}$ là:

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) 1. (C) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. (D) Không xác định.

Lời giải: Có $0 \leq 1 + \cos x \leq 2, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \dfrac{1}{1 + \cos x} \geq \dfrac{1}{2}$. GTNN $y = \dfrac{1}{2}$. □

Câu 44. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ là:

(A) $\max y = 1$. (B) $\max y = \dfrac{1}{3}$. (C) $\max y = 2$. (D) $\max y = \sqrt{2}$.

Lời giải: Đặt $t = \cos x$. Điều kiện $|t| \leq 1$.
Bài toán trở thành tính giá trị lớn nhất của hàm $\Leftrightarrow f(t) = t + \sqrt{2 - t^2}$ trên đoạn $[-1; 1]$
Khi đó $\max\limits_{\mathbb{R}} y = \max\limits_{[-1;1]} f(t) = 2$ □

Câu 45. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2}{1 + \tan^2 x}$ là:

(A) Không xác định. (B) 2. (C) 1. (D) $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải: Có $\tan^2 x + 1 \geq 2 \Rightarrow 0 < \dfrac{2}{\tan^2 x + 1} \leq 2$. GTNN y không tồn tại. □

Câu 46. Hàm số $y = \sin^2 x + 2$ có:

(A) GTLN là 2. (B) GTLN là 3. (C) GTNN là 1. (D) GTNN là 0.

Lời giải: Có $0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 2 \leq \sin^2 x + 2 \leq 3$. GTNN $y = 2$, GTLN $y = 3$. □

Câu 47. Hàm số $y = |\sin x|$ xét trên $\left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$

(A) Không có GTLN. (B) GTNN là -1. (C) GTLN là 1. (D) GTNN là 1.

Lời giải: Vì $-\dfrac{\pi}{2} \leq x \leq \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{\sin x} \leq 1$. GTNN $y = 0$, GTLN $y = 1$. □

Câu 48. GTNN của hàm số $y = |\cos x|$ xét trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là:

(A) $-\pi$. (B) -1. (C) 0. (D) Không có.

Lời giải: Vì $-\pi \leq x \leq \pi \Rightarrow -1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{\cos x} \leq 1$. GTNN $y = 0$. □

Câu 49. GTNN của hàm số $y = |\tan x|$ xét trên $\left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$ là:

(A) $\dfrac{\pi}{2}$. (B) 0. (C) Không xác định. (D) $\sqrt{3}$.

Lời giải: Vì $x \in \left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \tan x \in (-\infty; +\infty) \Rightarrow \sqrt{\tan x} \in [0; +\infty)$. GTNN $y = 0$. □

Câu 50. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị $M + m$

(A) 0. (B) $\dfrac{3}{2}$. (C) 6. (D) 2.

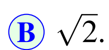
Lời giải: Hàm số $y = \sin x + \cos x$ xác định trên $\mathbb{R}$.
Ta có: $y = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$. Do đó tập giá trị của hàm số $\left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right]$.
GTLN $M = \sqrt{2}$ và GTNN $m = -\sqrt{2}$. Suy ra: $M + m = 0$. □

Câu 51. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\sin x + \cos x|$ trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị $M + m$

(A) 0. (B) $\sqrt{2}$. (C) 6. (D) 2.

Lời giải: Hàm số $y = |\sin x + \cos x|$ xác định trên $\mathbb{R}$.
Ta có: $y = |\sin x + \cos x| = \left|\sqrt{2} \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)\right|$. Do đó tập giá trị của hàm số $\left[0; \sqrt{2}\right]$.
GTLN $M = \sqrt{2}$ và GTNN $m = 0$. Suy ra: $M + m = \sqrt{2}$. □

Câu 52. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left|\sqrt{3} \sin x + \cos x\right|$ trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị $M + m$

 0 . **B**  $\sqrt{2}$.  6. **D** 2.

Lời giải: Ta có: $\left|\sqrt{3}\sin x+\cos x\right| = 2\left|\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x\right| = 2\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right|$

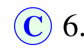
Do $0 \le \left|\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right| \le 1$ nên $0 \le 2\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right| \le 2$ hay $0 \le y \le 2$.

$y=0 \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=0 \Leftrightarrow x+\frac{\pi}{6}=k\pi \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

$y=2 \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\pm 1 \Leftrightarrow x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Vậy : $M=2$ và $m=0$, suy ra: $M+m=2$ □

Câu 53. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\sin 2x+1$ trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị $M.m$

A -3. **B** -15.  6. **D** -1.

Lời giải: Ta có: $-1 \le \sin 2x \le 1 \Rightarrow -2 \le 2\sin 2x \le 2 \Rightarrow -1 \le y = 2\sin 2x+1 \le 3$

$y=3 \Leftrightarrow \sin 2x=1 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

$y=-1 \Leftrightarrow \sin 2x=-1 \Leftrightarrow 2x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Vậy : $M=3$ và $m=-1$, suy ra: $M.m=-3$ □

Câu 54. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\cos x+3$ trên $\left[0;\frac{\pi}{3}\right]$. Tính giá trị $M.m$

A -3. **B** -5. **C** 6. **D** 20.

Lời giải: Với $x\in\left[0;\frac{\pi}{3}\right]$ thì $\frac{1}{2} \le \cos x \le 1$, do đó $4 \le y \le 5$. Vậy $M.m=20$. □

Câu 55. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos^4 x-\sin^4 x$ trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị $M+n$

A 0. **B** $\frac{3}{2}$. **C** 6. **D** 2.

Lời giải: Ta có: $y=\cos^4 x-\sin^4 x=(\cos^2 x+\sin^2 x)(\cos^2 x-\sin^2 x)=\cos 2x$.

Do $-1 \le \cos 2x \le 1 \Rightarrow -1 \le y \le 1$

$y=1 \Leftrightarrow \cos 2x=1 \Leftrightarrow 2x=k2\pi \Leftrightarrow x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$

$y=-1 \Leftrightarrow \cos 2x=-1 \Leftrightarrow 2x=\pi+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Vậy : $M=1$ và $m=-1$, suy ra: $M+m=0$ □

Câu 56. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\sin^8 x+\cos^8 x$ là:

A $\frac{1}{8}$. **B** $\frac{1}{4}$. **C** $\frac{1}{2}$. **D** Các kết quả đêu sai.

Lời giải: Ta có $\sin^8 x + \cos^8 x = \frac{1}{8}\sin^4 2x - \sin^2 2x + 1$.
Đặt $t = \sin 2x$. Điều kiện $|t| \leq 1$.
Bài toán trở thành tính giá trị nhỏ nhất của $f(t) = \frac{1}{8}t^4 - t^2 + 1$ trên $[-1;1]$
Khi đó $\min\limits_{\mathbb{R}} y = \min\limits_{[-1;1]} f(t) = \frac{1}{8}$ □

3. Tính chẵn lẻ Của Hàm Số Lượng Giác

Chú ý 3.

Để xác định tính chẵn lẻ của hàm số lượng giác ta thực hiện theo sau.
Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số, khi đó:
- Nếu D là tập đối xứng (Tức $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$), ta thực hiện tiếp bước 2.
- Nếu D không là tập đối xứng (Tức $\exists x \in D$ mà $-x \notin D$), ta kết luận hàm số không chẵn không lẻ.

Bước 2: Xác định $f(-x)$ khi đó:
- Nếu $f(-x) = f(x)$ kết luận là hàm số chẵn.
- Nếu $f(-x) = -f(x)$ kết luận là hàm số lẻ.
- Ngoài ra kết luận là hàm số không chẵn cũng không lẻ.

Câu 57. Hàm số $y = 1 - \sin^2 x$ là:

A. Hàm số lẻ.
B. Hàm số không tuần hoàn.
C. Hàm số chẵn.
D. Hàm số không chẵn không lẻ.

Lời giải: Xét hàm số $f(x) = 1 - \sin^2 x$
Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$
$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.
$f(-x) = 1 - \sin^2(-x) = 1 - \sin^2 x = f(x)$.
Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn. □

Câu 58. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = |\sin x|$.
B. $y = x^2 \sin x$.
C. $y = \frac{x}{\cos x}$.
D. $y = x + \sin x$.

Lời giải: Xét hàm số $y = |\sin x|$
Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$
$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.
$f(-x) = |\sin(-x)| = |\sin x| = f(x)$.
Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn. □

Câu 59. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = |\tan x|$.
B. $y = \cot 3x$.
C. $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$.
D. $y = \sin x + \cos x$.

. . . .

Lời giải: Hàm số $y = \cot 3x$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \backslash \left\{ \dfrac{k\pi}{3} \right\}, k \in \mathbb{Z}$.
$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.
Ta có $f(-x) = -f(x)$.
Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ. □

Câu 60. Hàm số $y = -\dfrac{1}{2}\cos x + 1$. Chọn khẳng định đúng?

(A) Hàm số đã cho là hàm số lẻ.
(B) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.
(C) Hàm số không có tính chẵn lẻ.
(D) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}^*$.

. . . .

Lời giải: Hàm số $y = -\dfrac{1}{2}\cos x + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.
Ta có $f(-x) = -\dfrac{1}{2}\cos(-x) + 1 = f(x)$.
Vậy hàm số đã cho hàm số chẵn. □

Câu 61. Cho hai hàm số $f(x) = \sin x - \cos x$, $g(x) = \cot x$. Chọn khẳng định đúng?

(A) $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.
(B) $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.
(C) $f(x)$ không có tính chẵn lẻ, $g(x)$ là hàm số lẻ.
(D) $f(x)$, $g(x)$ đều là hàm số lẻ.

. . . .

Lời giải: Hàm số $f(x)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.
Ta có $f(-x) = \sin(-x) - \cos(-x) = -\sin x - \cos x \neq \pm f(x)$.
Vậy hàm số $f(x)$ không có tính chẵn lẻ.
Hàm số $g(x)$ là hàm số lẻ. □

Câu 62. Xét trên TXĐ thì

(A) Hàm số $y = \sin\ x$ là hàm số chẵn.
(B) Hàm số $y = \tan\ x$ là hàm số chẵn.
(C) Hàm số $y = \cos\ x$ là hàm số chẵn.
(D) Hàm số $y = \cot\ x$ là hàm số chẵn.

. . . .

Lời giải: □

---

4. Tính Tuần Hoàn Của Hàm Số Lượng Giác

Chú ý 4.

• Hàm số $y = \sin(ax+b)$ và $y = \cos(ax+b)$ với $a \neq 0$ tuần hoàn với chu kì: $\frac{2\pi}{|a|}$.

• Hàm số $y = \tan(ax+b)$ và $y = \cot(ax+b)$ với $a \neq 0$ tuần hoàn với chu kì: $\frac{\pi}{|a|}$..

• Hàm số $f(x), g(x)$ tuần hoàn trên tập D có các chu kì lần lượt a và b với $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$. Khi đó $F(x) = f(x)+g(x)$, $G(x) = f(x)g(x)$ cũng tuần hoàn trên D.
• Hàm số $F(x) = m.f(x)+n.g(x)$ tuần hoàn với chu kì T là BCNN của a, b.

Câu 63. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \cos^2 x$. B. $y = x\cos^2 x$. C. $y = x^2 - \cos^2 x$. D. $y = x^2$.

Lời giải: Hàm số $y = \cos^2 x$ tuần hoàn hoàn với chu kì $T = \pi$ □

Câu 64. Chu kì của hàm số $f(x) = -\sin^2 x$ là:

A. $T = \pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = \pi^2$. D. $T = 4\pi$.

Lời giải: Ta có $-\sin^2 x = -\frac{1}{2}(1-\cos 2x)$ có chu kì $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.
Hay $T = \pi$ là số dương bé nhất sao cho $-\sin^2(x+\pi) = -\sin^2 x$ nên chu kì của hàm số $f(x) = -\sin^2 x$ là π.
□

Câu 65. Hàm số $y = 2\cos^2 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. 2π. B. π. C. $\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{3\pi}{2}$.

Lời giải: Có $y = 1+\cos 4x$. Suy ra hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$. □

Câu 66. Chu kì của hàm số $y = \sin 2x + \cos 3x$ là:

A. $T = \pi$. B. $T = 3\pi$. C. $T = \frac{\pi}{6}$. D. $T = 2\pi$.

Lời giải: Do hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kì π
Hàm số $y = \cos 3x$ tuần hoàn với chu kì $\frac{2\pi}{3}$
Suy ra hàm số $y = \sin 2x + \cos 3x$ tuần hoàn với chu kì 2π. □

Câu 67. Chu kì của hàm số $y = \sin x + \cos x$ là:

A. $T = 6\pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = 4\pi$. D. $T = 0$.

Lời giải: Vì $\sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T_1 = 2\pi$, $\cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T_2 = 2\pi$
Nên chu kì T của hàm số $y = \sin x + \cos x$ là BCNN của T_1 và T_2 là $T = 2\pi$. □

Câu 68. Chu kì của hàm số $f(x) = \cot x + \cot\frac{x}{2} + \cot\frac{x}{3}$ là:

A $T = \pi$. B $T = 2\pi$. C $T = 3\pi$. D $T = 6\pi$.

Lời giải: Các hàm số $\cot x$, $\cot\frac{x}{2}$, $\cot\frac{x}{3}$ tuần hoàn với chu kì π, 2π, 3π. Suy ra hàm số $f(x) = \cot x + \cot\frac{x}{2} + \cot\frac{x}{3}$ tuần hoàn với chu kì 3π. □

Câu 69. Hàm số $y = \cos^2 3x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A 3π. B π. C $\frac{\pi}{3}$. D $\frac{3\pi}{2}$.

Lời giải: Có $y = \frac{1+\cos 6x}{2}$. Suy ra hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{\pi}{3}$. □

Câu 70. Hàm số $y = 2\sin^2 x + 3\cos^2 3x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A π. B 2π. C 3π. D $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải: BSCNN của π và $\frac{\pi}{3}$ □

Câu 71. Hàm số $y = \tan 2x + \cot\frac{x}{2}$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A $\frac{\pi}{2}$. B 2π. C $\frac{\pi}{4}$. D $3\frac{\pi}{2}$.

Lời giải:
Hàm $\tan 2x$ có chu kì $T_1 = \frac{\pi}{2}$
Hàm $\cot\frac{x}{2}$ có chu kì $T_2 = 2\pi$
Vậy $T = 2\pi$. □

Câu 72. Hàm số $y = \cos 3x.\cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A $\frac{\pi}{3}$. B $\frac{\pi}{4}$. C $\frac{\pi}{2}$. D π.

Lời giải: $y = \cos 3x.\cos x = \frac{1}{2}(\cos 4x + \cos 2x)$ □

---

5. Phương Trình Lượng Giác Cơ Bản.

Chú ý 5.

u, v là các biểu thức của x, x là số đo của góc lượng giác:

• $\sin u = \sin v \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v + 2k\pi \\ x = \pi - v + k2\pi \end{array}\right.$

• $\cos u = \cos v \Leftrightarrow u = \pm v + k2\pi$.

• $\tan u = \tan v \Leftrightarrow u = v + k\pi \ (u, v \neq \frac{\pi}{2} + l\pi)$.

• $\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k\pi \ (u, v \neq l\pi)$.

• Muốn tìm số điểm (vị trí) biểu diễn của x lên đường tròn lượng giác thì ta đưa về dạng $x = \alpha + k\frac{2\pi}{n}$.
Kết luận số điểm là n.
Với $k, l \in \mathbb{Z}$.

Câu 73. Trên $(0;\pi)$ phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A 0. B 3. C 2. D Vô số nghiệm.

Lời giải: Ta có:

$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{array}\right.$. Ta có $x \in (0;\pi)$ nên ta lần lượt có:

$0 < -\frac{\pi}{12} + k\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{1}{12} < k < \frac{13}{12}$ với $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x = \frac{11\pi}{12}$

$0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{-7}{12} < k < \frac{5}{12}$ với $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{12}$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm trên $(0;\pi)$. □

Câu 74. Phương trình $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$:

A Có nghiệm là $\frac{\pi}{3}$. B Không có nghiệm. C Có nghiệm là $-\frac{\pi}{3}$. D Có nghiệm là $\frac{\pi}{9}$,

Lời giải: Trên $(0;\frac{\pi}{2})$ thì $\cot x > 0$. Vậy phương trình không có nghiệm. □

Câu 75. Trên $(-\frac{\pi}{2};0)$ tổng các nghiệm phương trình $\cot 3x + \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$ là:

A $-\frac{3\pi}{9}$. B $-\frac{4\pi}{9}$. C $\frac{4\pi}{9}$. D $-\frac{5\pi}{9}$

. . . .

Lời giải: Ta có $\cot 3x+\frac{1}{\sqrt{3}}=0 \Leftrightarrow \cot 3x=\cot(-\frac{\pi}{3}) \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{3}$

Với $x\in(-\frac{\pi}{2};0)$ ta được:

$-\frac{\pi}{2}<-\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{3}<0 \Leftrightarrow -\frac{7}{6}<k<\frac{3}{4} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} \left[\begin{array}{l}k=0\\k=-1\end{array}\right.$ Suy ra $x_1=-\frac{4\pi}{9};x_2=-\frac{\pi}{9}$

Vậy $x_1+x_2=-\frac{5\pi}{9}$ □

Câu 76. Nghiệm của phương trình $\sin x.\cos x.\cos 2x=0$ là:

A. $\frac{k\pi}{2},(k\in\mathbb{Z})$. B. $k\pi,(k\in\mathbb{Z})$. C. $\frac{k\pi}{8},(k\in\mathbb{Z})$. D. $\frac{k\pi}{4},(k\in\mathbb{Z})$.

. . . .

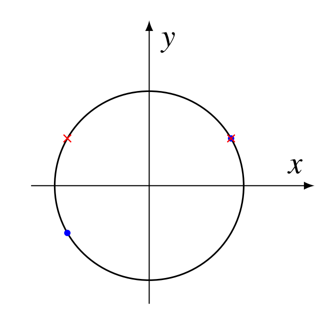
Lời giải: $\sin x.\cos x.\cos 2x=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 2x.\cos 2x=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}.\sin 4x=0 \Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{4}$. □

Câu 77. Nghiệm của phương trình $\frac{\cot x-\sqrt{3}}{\sin x-\frac{1}{2}}=0$ là:

A. $\frac{\pi}{6}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})$. B. $\frac{7\pi}{6}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$. C. $\frac{\pi}{6}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$. D. $\frac{7\pi}{6}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

. . . .

Lời giải: Điều kiện $\sin x\neq\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x\neq\sin(\frac{\pi}{6}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\neq\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x\neq\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$



$\frac{\cot x-\sqrt{3}}{\sin x-\frac{1}{2}}=0 \Leftrightarrow \cot x-\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \cot x=\sqrt{3} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\pi$.

Đối chiếu điều kiện ta loại nghiệm $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$

Vậy nghiệm của phương trình là$x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi$.

□

Câu 78. Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin 2x+m=m\sin 2x$ vô nghiệm?

A. $m=1$. B. $m>\frac{1}{2}$. C. $m\leq\frac{1}{2}$. D. $m=\frac{1}{2}$.

. . . .

Lời giải: $\sin 2x+m=m\sin 2x \Leftrightarrow (m-1)\sin 2x=m$.

Với $m=1$ thì pt trên vô nghiệm.

Với $m\neq1$: $\sin 2x=\frac{m}{m-1}$.

Pt vô nghiệm khi: $\left|\frac{m}{m-1}\right|>1 \Leftrightarrow m>\frac{1}{2}$ □

Câu 79. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $2\cos^2 x=1$:

A. $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\tan x=1$. D. $\tan^2 x=1$.

Lời giải: $2\cos^2 x = 1 \Leftrightarrow 2 = \dfrac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow 2 = \tan^2 x + 1 \Leftrightarrow \tan^2 x = 1$. ($\cos x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình). □

Câu 80. Giải phương trình $\sin^2 2x + \cos^2 3x = 1$.

A. $x = k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k\dfrac{2\pi}{5}$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pi + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

D. $x = k\pi \vee x = k\dfrac{\pi}{5}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải:

$\sin^2 2x + \cos^2 3x = 1 \Leftrightarrow \dfrac{1-\cos 4x}{2} + \dfrac{1+\cos 6x}{2} = 1 \Leftrightarrow \cos 6x = \cos 4x \Leftrightarrow 6x = \pm 4x + k2\pi \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \dfrac{k\pi}{5} \end{array}\right.$ □

Câu 81. Trên $(0;\dfrac{\pi}{2})$ tổng các nghiệm phương trình $\cos(3x - \dfrac{5\pi}{6}) = \sin(x + \dfrac{\pi}{3})$ là:

A. $\dfrac{\pi}{12}$.

B. $\dfrac{\pi}{4}$.

C. $\dfrac{5\pi}{6}$.

D. $-\dfrac{5\pi}{6}$

Lời giải: Ta có $\sin(x+\dfrac{\pi}{3}) = \cos(\dfrac{\pi}{6} - x)$ (dùng cung phụ.)

Suy ra $\cos(3x + \dfrac{\pi}{6}) = \cos(\dfrac{\pi}{6} - x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2} \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$

Trên $(0;\dfrac{\pi}{2})$ ta được $x_1 = \dfrac{\pi}{4}; x_2 = \dfrac{\pi}{3}$

Vậy $x_1 + x_2 = \dfrac{\pi}{12}$ □

Câu 82. Phương trình $\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0$ có nghiệm là.

A. $k2\pi$, $\arccos 2 + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

B. $k\pi$, $\arccos 2 + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

C. $\dfrac{k\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$.

D. $k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải: $2\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 1 \\ \cos x = 2 (Vn) \end{array}\right. \Rightarrow x = k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$ □

Câu 83. Trong các nghiệm sau, nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2\cos^2 x + 5\cos x + 3 = 0$ là

A. $\dfrac{\pi}{2}$.

B. π .

C. $\dfrac{\pi}{3}$.

D. 3π .

Lời giải: $2\cos^2 x + 5\cos x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -1 \\ \cos x = -\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \Rightarrow x = \pi + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0$ □

Câu 84. Phương trình $4\sin^4 x + 12\cos^2 x - 7 = 0$ có nghiệm là

(A) $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$. (B) $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$. (C) $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. (D) $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.

Lời giải: $4\sin^4 x+12\cos^2 x-7=0 \Leftrightarrow 4\sin^4 x+12(1-\sin^2 x)-7=0$ □

Câu 85. Phương trình $\cos(\sin x)=1$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(-2\pi;2\pi)$?

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

Lời giải: $\cos(\sin x)=1 \Leftrightarrow \sin x=k2\pi$ (*).
Điều kiện để (*) có nghiệm là $-1\le k2\pi\le 1 \Rightarrow k=0$.
Do đó (*) $\Leftrightarrow \sin x=0 \Leftrightarrow x=l\pi$. Vì $x\in(-2\pi;2\pi)$ nên $l\in\{-1;0;1\}$. □

Câu 86. Phương trình $\cos x.\cos 2x=\cos 3x$ có nghiệm là:

(A) $k\pi$. (B) $\dfrac{k\pi}{2}$. (C) $\pi+2k\pi$. (D) $\dfrac{\pi}{2}+k\pi$.

Lời giải: $\cos x.\cos 2x=\cos 3x \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}(\cos 3x+\cos x)=\cos 3x \Leftrightarrow \cos 3x=\cos x \Leftrightarrow 3x=\pm x+k2\pi$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\dfrac{k\pi}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\dfrac{k\pi}{2}$. □

Chú ý 6.

Phương trình dạng $a\sin x+b\cos x=c$.
• Nếu $a^2+b^2<c^2$ thì phương trình vô nghiệm.
• Nếu $a^2+b^2\geqslant c^2$ thì phương trình có nghiệm, ta tiếp tục giải:
Chia cả hai vế cho $\sqrt{a^2+b^2}$.
Đặt $\cos\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.
Đưa về dạng: $\cos(x-\alpha)=\dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Câu 87. Nghiệm của phương trình $\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x=0$ là

(A) $x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$. (B) $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
(C) $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. (D) $x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải: □

Câu 88. Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

(A) $2\sin x-\cos x=-3$. (B) $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
(C) $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$. (D) $3\sin x-4\cos x=5$.

Lời giải: Điều kiến để phương trình $a\sin x + b\cos x = c$ có nghiệm: $a^2 + b^2 \geqslant c^2$ □

Câu 89. Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x + \cos x = m$ có nghiệm:

A $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. **B** $m \geq \sqrt{2}$. **C** $-1 \leq m \leq 1$. **D** $m \leq 2$.

Lời giải: Điều kiện có nghiệm: $1^2 + 1^2 \geqslant m^2 \Leftrightarrow m^2 \leq 2$ hay $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. □

Câu 90. Với giá trị nào của m thì phương trình $m\sin x - 3\cos x = 5$ vô nghiệm?

A $m \geq 4$. **B** $-4 < m < 4$. **C** $m \geq \sqrt{34}$. **D** $\left[\begin{array}{l} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{array}\right.$.

Lời giải: Điều kiện có nghiệm $m^2 + (-3)^2 < 5^2 \Leftrightarrow m^2 < 4^2$ hay $-4 < m < 4$. □

Câu 91. Phương trình: $\sqrt{3}.\sin 3x + \cos 3x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây:

A $\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. **B** $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6}$.

C $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. **D** $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

Lời giải: $\sqrt{3}.\sin 3x + \cos 3x = -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}.\sin 3x + \frac{1}{2}.\cos 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. □

Câu 92. Tìm m để phương trình $5\cos x - m\sin x = m + 1$ có nghiệm

A $m \leq -13$. **B** $m \leq 12$. **C** $m \leq 24$. **D** $m \geq 24$.

Lời giải: Điều kiện có nghiệm: $5^2 + m^2 \geqslant (m+1)^2 \Leftrightarrow m \leq 12$. □

Câu 93. Cho phương trình $m\sin x - \sqrt{1-3m}\cos x = m - 2$. Tìm m để phương trình có nghiệm.

A $\frac{1}{3} \leq m \leq 3$. **B** $m \leq \frac{1}{3}$.

C Không có giá trị nào của m . **D** $m \geq 3$.

Lời giải: Điều kiện để $\sqrt{1-3m}$ có nghĩa khi và chỉ khi $m \leq \frac{1}{3}$.(1)

Điều kiện để phương trình có nghiệm : $m^2 + (-\sqrt{1-3m})^2 \geqslant (m-2)^2 \Leftrightarrow m \geqslant 3$.(2)

Từ (1),(2) suy ra không có giá trị nào của m để phương trình có nghiệm. □

Chú ý 7.

Phương trình dạng $a.\sin^2 x + b.\sin x.\cos x + c.\cos^2 x = d, (a, b, c \neq 0)$. (1)

• **Cách 1**: Sử dụng cho bài toán giải pt, tìm điều kiện của m để pt có nghiệm thuộc tập D:

Với $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ thì pt (1) có dạng $a = d$.

+ Nếu $a = d$ thì pt (1) nhận $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ làm nghiệm.

+ Nếu $a \neq d$ thì pt (1) không nhận $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ làm nghiệm.

Với $\cos x \neq 0$ ta chia cả hai vế pt cho $\cos^2 x$ ta được:

$$a.\tan^2 x + b\tan x + c = d(1 + \tan^2 x)$$

Đặt $t = \tan x$ rồi giải pt bậc 2 theo t.

• **Cách 2**: Sử dụng cho bài toán tìm m để phương trình vô nghiệm, có nghiệm,.. thì dùng công thức $\sin^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}, \cos^2 x = \dfrac{1 + \cos 2x}{2}$ và $\sin x.\cos x = \dfrac{1}{2}\sin 2x$ ta được:

$(c - a)\cos 2x + b\sin 2x = d - c - a$

Câu 94. Phương trình $\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$ có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình nào sau đây?

(A) $\cos x = 0$. (B) $\cot x = 1$. (C) $\tan x = 3$. (D) $\left[\begin{array}{l}\tan x = 1\\ \cot x = \dfrac{1}{3}\end{array}\right.$

. . . .

Lời giải:

Xét $\cos x = 0$ không là nghiệm của phương trình.

Xét $\cos x \neq 0$ ta chia cả hai vế cho $\cos^2 x$ được :

$\tan^2 x - 4\tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow (\tan x - 1).(\tan x - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = 1\\ \tan x = 3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = 1\\ \cot x = \dfrac{1}{3}\end{array}\right.$ □

Câu 95. Phương trình $\sin^2 x - 4.\sin x.\cos x + 4.\cos^2 x = 5$ có bao nhiêu họ nghiệm?

(A) Ba họ nghiệm. (B) Một họ nghiệm. (C) Hai họ nghiệm. (D) Bốn họ nghiệm.

. . . .

Lời giải:

Xét $\cos x = 0$ không là nghiệm của phương trình.

Xét $\cos x \neq 0$ ta chia cả hai vế cho $\cos^2 x$ được :

$\tan^2 x - 4\tan x + 4 = 5(1 + \tan^2 x) \Leftrightarrow 4\tan^2 x + 4\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow (2\tan x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\dfrac{1}{2}$ □

Câu 96. Với giá trị nào của m thì phương trình $m\sin^2 x + \sin 2x - 2\cos^2 x = 1 - m$ có nghiệm?

(A) $\forall m \in \mathbb{R}$. (B) $\dfrac{7 - \sqrt{33}}{2} \leq m \leq \dfrac{7 + \sqrt{33}}{2}$.

(C) $m \geqslant 1$. (D) $m \leq 1$.

. . . .

Lời giải:
$m\sin^2 x+\sin 2x-2\cos^2 x=1-m \Leftrightarrow m\left(\dfrac{1-\cos 2x}{2}\right)+\sin 2x-(1+\cos 2x)=1-m$
$\Leftrightarrow m-m\cos 2x+2\sin 2x-2-2\cos 2x=2-2m \Leftrightarrow -(m+2)\cos 2x+2\sin 2x=4-3m.$
Để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow [-(m+2)]^2+2^2\geqslant(4-3m)^2$
$\Leftrightarrow 8m^2-28m+8\leq 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{7-\sqrt{33}}{2}\leq m\leq\dfrac{7+\sqrt{33}}{2}$ □

Chú ý 8.

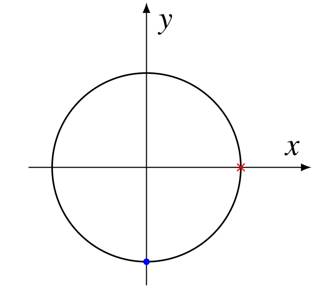
Phương trình dạng $a.(\sin x+\cos x)+b.\sin x\cos x+c=0.$
• Đặt $t=\sin x+\cos x$, điều kiện $|t|\leq\sqrt{2}\Rightarrow \sin x\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}$.
Khi đó phương trình có dạng:
$at+b\dfrac{t^2-1}{2}+c=0\Leftrightarrow bt^2+2at+2c-b=0$ (*)
• Giải (*) theo t chọn t_0 thỏa $|t|\leq\sqrt{2}$.
$\sin x+\cos x=t_0\Leftrightarrow\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=t_o$ (đã biết cách giải).
Tương tự cho phương trình $a.(\sin x-\cos x)+b.\sin x\cos x+c=0$.

Câu 97. Số điểm biểu diễn vị trí các nghiệm cuả phương trình $6(\sin x-\cos x)$ trên đường tròn lượng giác là:


A 1.   B 3.   C 2.   D 4.

. . . .

Lời giải: Đặt $t=(\sin x-\cos x)$ với $|t|\leq\sqrt{2}$.
Khi đó phương trình có dạng:
$6t-\dfrac{1-t^2}{2}+6=0\Leftrightarrow t^2-12t-13=0$
$\Rightarrow t=-1\Leftrightarrow \sin x-\cos x=-1\Leftrightarrow \sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=k2\pi\end{array}\right.$



Ta xác định số điểm biểu diễn vị trí bằng đường tròn lượng giác như bên.
□

Câu 98. Cho phương trình $3(\sin x+\cos x)+2\sin 2x+3=0$. Đặt $t=(\sin x+\cos x)$ ta được phương trình nào dưới đây:

A $t^2+3t+2=0$.   B $2t^3+3t+1=0$.   C $2t^3+3t-1=0$.   D $t^2+3t+2=0$.

. . . .

Lời giải: $3(\sin x+\cos x)+2sin2x+3=0\Leftrightarrow 3(\sin x+\cos x)+4\sin x\cos x+3=0.$
Đặt $t=(\sin x+\cos x)$
ta được: $3t+2\left(t^2-1\right)+3=0\Leftrightarrow 2t^3+3t+1=0$ □

Câu 99. Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-x^2}.\sin 2017x=0$.

(A) 645 nghiệm (B) 644 nghiệm (C) 643 nghiệm (D) 642 nghiệm

. . . .

Lời giải: Tập xác định của phương trình là $x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0;1]$. PT $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x-x^2}=0 \\ sin2017x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=\dfrac{k\pi}{2017} \end{array}\right.$

Kết hợp với tập xác định, ta có $0 \leq k \leq \dfrac{2017}{\pi} \Leftrightarrow k \in \{0;1;2;...;642\}$. Vậy phương trình có 644 nghiệm. □